

# TFA

## Zeit-/Frequenzanalyse

# Applikationen und Beispiele

Softwarestand: Version 2.031, 14.05.10

Diese Dokumentation: 14.05.10

**IND** Dr.-Ing. Peer Dahl  
*Ingenieurbüro für  
Nachrichten- und Datentechnik*

*IND* - Ingenieurbüro für Nachrichten- und Datentechnik

Dr.-Ing. Peer Dahl

Keplerstrasse 44

75175 Pforzheim

Tel. 07231-650332

Fax: 07231-965186

eMail: [P.Dahl@ind-technik.de](mailto:P.Dahl@ind-technik.de)

Internet: [www.ind-technik.de](http://www.ind-technik.de)

## Vorwort

Geehrte Leserin, geehrter Leser!

Vielen Dank, dass Sie sich für dieses nach aktuellen Recherchen weltweit einzigartige Softwareprodukt zur Zeit-Frequenzanalyse interessieren. Wie Sie sicher wissen, liegt das Besondere dieses Programms in den enthaltenen Algorithmen (Rechenverfahren) zur Auftrennung der allgemeinen Verbundenheit zwischen Zeit- und Frequenzauflösung, was rein physikalisch gesehen bisher als unmöglich gilt.

Die heute verfügbare Rechenleistung gestattet sowohl die Entwicklung als auch anschließend den Einsatz von Algorithmen, welche hier einen bedeutenden Fortschritt leisten. Diese sind in **TFA** direkt eingeflossen.

### **Für Interessierte etwas Theorie der Zeit-/Frequenzanalyse – um was geht es?**

Um Einsichten in das Frequenzverhalten von Signalen zu gewinnen, ist die Diskrete Fourier-Transformation (DFT) heute sicher eines der am häufigsten und in allen Bereichen der Digitalen Signalverarbeitung eingesetzten analytischen Werkzeuge. Die spektrale Beschreibung eines Prozesses kann darüber hinaus Ausgangspunkt für gezielte Manipulationen im Frequenzbereich als vorteilhafte Alternative zur Verarbeitung im Zeitbereich sein.

In der Praxis zu untersuchende Phänomene sind häufig instationärer Natur und stehen nur für ein begrenztes Zeitintervall zur Verfügung. Obwohl die DFT im Gegensatz zur zeitdiskreten Fourier-Transformation nur für einen zeitlich begrenzten Prozess definiert ist, kann das für eine bestimmte Frequenzgenauigkeit erforderliche Messzeitintervall noch immer wesentlich zu groß sein. Die Minimierung des Messzeitintervalls ist im Falle instationärer Prozesse indes auch anzustreben, um eine zufrieden stellende zeitliche Lokalisierung des Ergebnisses zu erhalten. Unter diesen Bedingungen liefert die DFT nur eine mehr oder weniger unscharfe Schätzung des Zusammenhangs.

Seit Werner Heisenberg im Jahre 1927 seine berühmte Unschärferelation der Quantenmechanik formulierte, ist deswegen auch ihre Analogie in der Nachrichtentechnik bis heute von besonderer Bedeutung geblieben.

Die Konsequenz daraus für die Spektralanalyse ist, dass über die Priorität zwischen erzielter Frequenzgenauigkeit einerseits und der Lokalisierung im Zeitbereich andererseits zu entscheiden ist. Beide Informationen lassen sich nicht gleichzeitig „genau“ angeben. Soll ein Spektrum nur ein kleines Zeitintervall repräsentieren, ist mit einer groben Frequenzauflösung zu rechnen. Steigert man die Anforderung an die Frequenzauflösung, erfordert dies ein entsprechend größeres Analysezeitintervall. Die fundamentale Beziehung zwischen diesen beiden Größen

kann exakt gerechnet und mit jedem Spektrumanalysator - gleich welchen Funktionsprinzips - praktisch nachvollzogen werden.

An diesen Zusammenhang hat man sich heute einerseits gewöhnt, andererseits sind die sich ergebenden Einschränkungen so gravierend, dass auch heute weltweit nach immer neuen Auswegen gesucht wird. Dabei ist zu beobachten, dass bisher bekannt gewordene Lösungen

- aufgrund von Nichtlinearitäten störende „Nebenwirkungen“ wie Ausprägung von Kreuztermen besitzen und Phantomsignale zeigen, die nicht vorhanden sind (z.B. beim Wigner-Ville-Ansatz),
- bei genauerer Betrachtung dem gesetzten Anspruch nicht standhalten (z.B. bei der Wavelet-Transformation),
- unrealistische Bedingungen voraussetzen (z.B. bei der Verwendung von Gabor-Koeffizienten) oder
- Apriori-Wissen erfordern (z.B. Linear Predictive Coding, LPC)

und daher ihre Anwendung nur für ausgesuchte Einsatzgebiete möglich ist.

**TFA** enthält eine neue Lösung, welche die bekannten Nachteile nicht oder in entscheidend geringeren Maße besitzt. Leider hat das aber auch seinen Preis: Die Analysegeschwindigkeit kann wesentlich unter der von konventionellen Verfahren liegen. Das ist kein Produktmangel, sondern ergibt sich aus den aufwändigen Berechnungen, die zur Erzielung der Analysequalität nötig sind.

**Wir wünschen Ihnen nun eine spannende Lektüre von TFA-Signalanalysen, die nie zuvor in dieser Qualität zu erzielen waren.**

Ihr

*IND* - Ingenieurbüro für Nachrichten- und Datentechnik

Dr.-Ing. Peer Dahl

Keplerstrasse 44

75175 Pforzheim

Tel. 07231-650332

Fax: 07231-965186

eMail: [P.Dahl@ind-technik.de](mailto:P.Dahl@ind-technik.de)

Internet: [www.ind-technik.de](http://www.ind-technik.de)

## Inhalt

1	Allgemeines.....	5
2	Applikationen und Beispiele .....	8
2.1	Nachrichtentechnik .....	8
2.1.1	Schmalbandiges Funkeinzelsignal .....	8
2.1.1.1	Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse des Funkeinzelsignals .....	9
2.1.1.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse des Funkeinzelsignals .....	10
2.1.2	Breitbandiges HF-Funk-Szenario.....	12
2.1.2.1	Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse des HF-Szenarios .....	12
2.1.2.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse des HF-Szenarios.....	13
2.2	Messungen im Audio-Bereich .....	14
2.2.1	Modulationsspektrum-Analyse .....	14
2.2.2	Sprachverarbeitung.....	15
2.2.2.1	Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse des Sprachsignals.....	15
2.2.2.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse des Sprachsignals .....	16
2.3	Geowissenschaften.....	18
2.3.1	Insulationsforschung.....	18
2.3.1.1	Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse der Insolation.....	20
2.3.1.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse der Insolation.....	21
2.3.2	El-Nino-Phänomen .....	22
2.3.2.1	Gewöhnliche Wavelet-Analyse des El-Nino-Phänomens .....	23
2.3.2.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse des El-Nino-Phänomens .....	24
2.3.4	CO <sub>2</sub> -Konzentration.....	25
2.3.4.1	Gewöhnliche Wavelet-Analyse der CO <sub>2</sub> -Konzentration.....	25
2.3.4.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse der CO <sub>2</sub> -Konzentration .....	26
2.3.5	Sonnenflecken.....	29
2.3.5.1	Gewöhnliche Wavelet-Analyse der Sonnenfleckenzahl.....	29
2.3.5.2	Genauere DXP-Spektrogrammanalyse der Sonnenfleckenzahl.....	30
3	Abkürzungen .....	31
4	Abbildungsverzeichnis.....	32

# TFA - Zeit-/Frequenzanalyse

## Applikationen und Beispiele

### 1 Allgemeines

Das Softwareprodukt **TFA** dient in erster Linie der **Zeit-/Frequenzanalyse**, das bedeutet die gleichzeitige Beschreibung eines Signals sowohl in Richtung der Zeitachse als auch der Frequenzachse. Das ergibt eine dreidimensionale Darstellung, das **Spektrogramm**, bei der die Signalenergie als dritte Dimension farbig gekennzeichnet ist (z.B. hohe Energie: rot, niedrige Energie: blau bis schwarz). Handelt es sich bei der zu analysierenden Signalprobe um etwas Hörbares, dann nennt man das Spektrogramm auch „**Sonagramm**“.

Ob Signale aber aus der Welt des Hörbaren stammen, ob sie physikalische oder andere naturwissenschaftliche Prozesse widerspiegeln, oder ob es sich um Signale aus der sonstigen Nachrichtentechnik handelt, z.B. dem Digitalfunk, ist unerheblich: In allen Fällen können herkömmliche Spektrographen die Zeit-/Frequenzebene nur mit der typischen **Unschärfe** gemäß der **Heisenbergschen Unschärferelation der Nachrichtentechnik** darstellen.

Ein Beispiel hierzu: Eine Sprachprobe<sup>1</sup> wird im Folgenden mit einer herkömmlichen Hann-gefensterten Fast-Fourier-Transformation (FFT) der Länge 4096 analysiert:

---

<sup>1</sup> Signal: Sprache, PCM-Wave-Datei, Abtastrate 16 kHz  
Analyseeinstellungen: Frequenzbereich 0-1600 Hz, Zeitbereich 0.755 – 2.0 s.

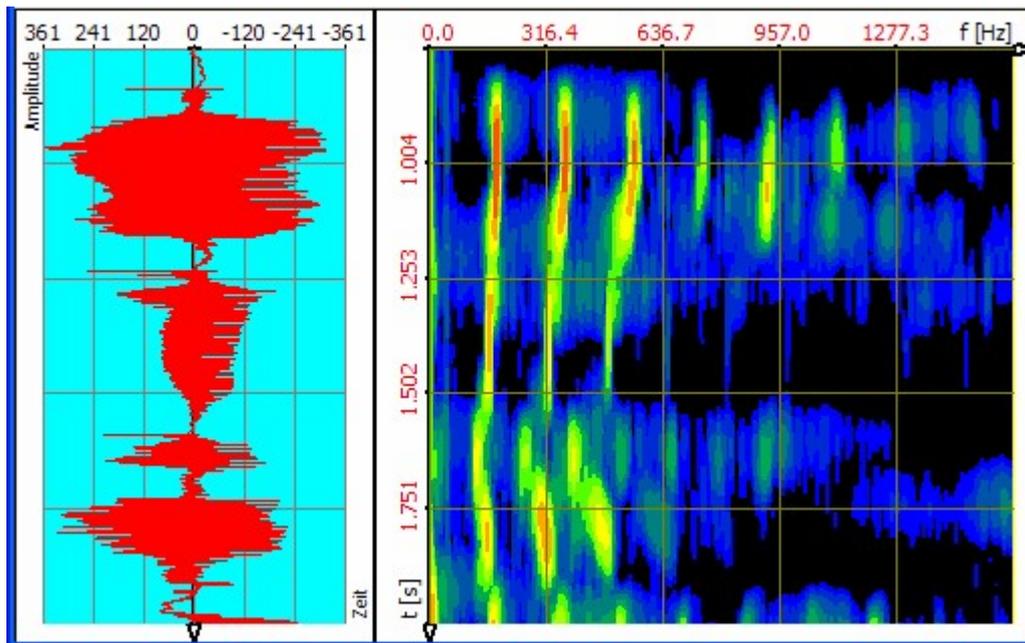


Abbildung 1-1: Sprachprobe, Transformation FFT, FFT-Länge 4096

Das ergibt eine recht genaue Auflösung in Frequenzrichtung (3,91 Hz), jedoch eine grobe zeitlichen Auflösung (etwa 0,256 s). Die Sprachpausen sind sehr unscharf dargestellt.

Die zeitliche Auflösung lässt sich durch Verringerung der FFT-Länge auf den Wert 512 um den Faktor 8 erhöhen, wie folgendes Spektrogramm zeigt. Das ergibt eine entsprechend grobe Auflösung in Frequenzrichtung (31,25 Hz), dafür jedoch eine genauere zeitliche Auflösung (etwa 0,032 s). Die Sprachpausen zum Beispiel sind nun genauer dargestellt.

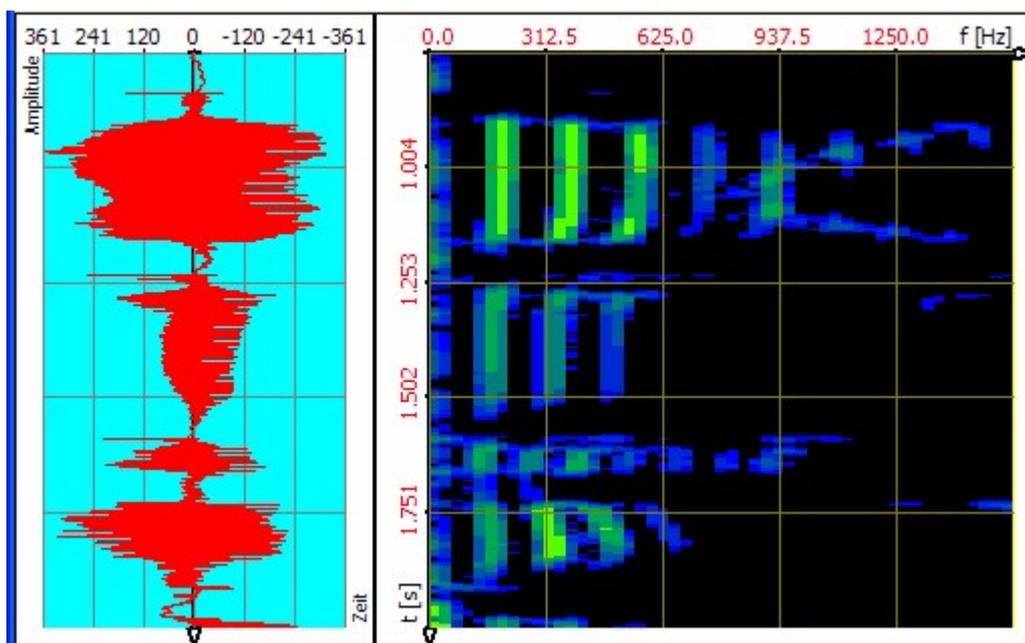


Abbildung 1-2: Sprachprobe, Transformation FFT, FFT-Länge 512

Mit **TFA** lässt sich das Signal sowohl in Frequenz- als auch in Zeitrichtung genau vermessen. Das leistet die anstelle der FFT wählbare neue Transformation DXP-I. Bei ihr lässt sich die Frequenzauflösung (bis zu 4096 Linien) und das eingehende Zeitintervall (z.B. 512 Abtastwerte) getrennt voneinander einstellen, wie folgendes Spektrogramm zeigt. **Man erhält gewissermaßen das Beste aus den beiden obigen Darstellungen:**

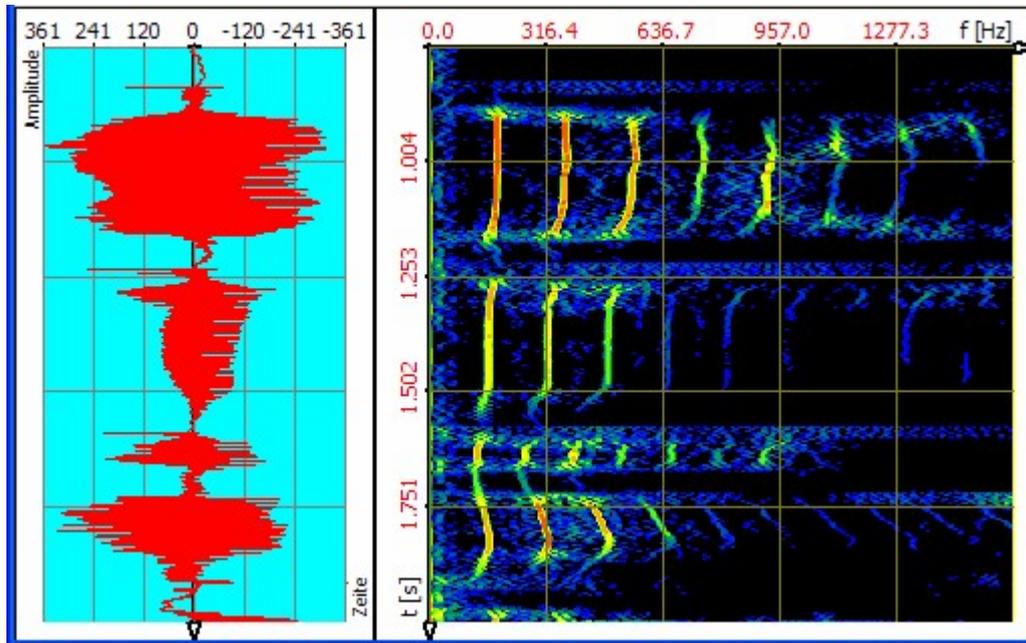


Abbildung 1-3: Sprachprobe, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 512 Abtastwerte

Mit der bedeutend schärferen Darstellung der Zeit-/Frequenzebene geht auch eine wesentlich präzisere Energiemessung einher, weil sich die Signalenergie nicht mehr so sehr in der Ebene verteilt.

Auf der Grundlage eines genaueren Spektrogramms ist auch die **Signalmodifikation in der Zeit-/Frequenzebene** mit höherer Qualität möglich. Das ist jedoch nicht Gegenstand dieser Dokumentation.

## 2 Applikationen und Beispiele

**TFA** eignet sich für jeden Fall von Zeit-Frequenzanalyse. Die Software kann ihre Vorteile aber besonders dann einbringen, wenn die Analysesituation durch die Unschärferelation betroffen ist.

Im Folgenden seien einige Analysebeispiele aus völlig unterschiedlichen Wissenschaftsbereichen vorgestellt und teilweise mit anderen dort verwendeten Analysewerkzeugen verglichen. Die Beispiele entstammen der

- **Nachrichtentechnik:** Schmal- und breitbandige Funksignale
- **Sprachverarbeitung:** Sprache
- **Geowissenschaften:** Insulationsforschung, El-Nino-Phänomen, CO<sub>2</sub>-Konzentration, Sonnenfleckenanzahl

Es ist klar, dass sich die Liste beliebig fortsetzen ließe.

### 2.1 Nachrichtentechnik

In der Nachrichtentechnik, genauer: in der Funktechnik, möchte man einerseits einen Einblick über die Belegung eines Hochfrequenz (HF) –Bereichs erhalten und andererseits auch sofort die Art der vorhandenen Funksignale inkl. ihrer Signaleigenschaften einfach ablesen können.

Als Beispiele hierzu sollen ein schmalbandiges Einzelsignal und ein breitbandiges HF-Szenario dienen.

#### 2.1.1 Schmalbandiges Funkeinzelsignal

Dieses Beispiel zeigt ein FSK-ARQ-Signal, das bedeutet: Eine Funkstation sendet eine kurze Nachricht in der Modulationsart FSK, der Empfänger quittiert die Nachricht mit einem kurzen FSK-Block. Sendung und Quittung wechseln sich ab, bis die komplette Datenübertragung abgeschlossen ist.

### 2.1.1.1 Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse des Funkeinzelsignals

Die herkömmliche FFT-Spektrogrammanalyse ergibt folgende Abbildung:

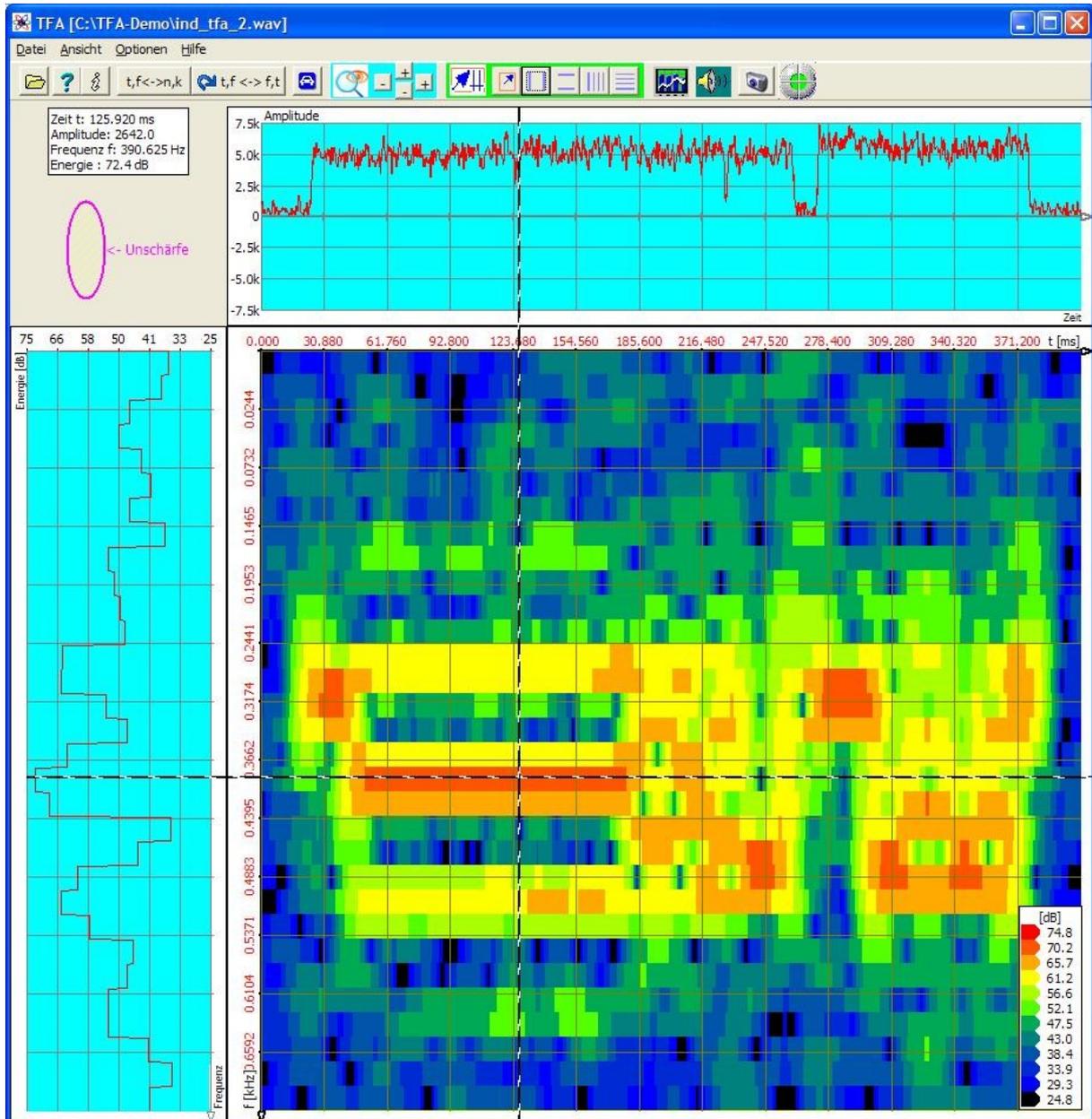


Abbildung 2-1: Funkeinzelsignal, gewöhnl. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 256

Die FFT-Länge von 256 liefert einen guten Kompromiss zwischen Zeit- und Frequenzunschärfe, siehe Unschärfe-Ellipse links oben. Doch weder Zeit- noch Frequenzverhalten lässt sich dem Spektrogramm entnehmen.

### 2.1.1.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse des Funkeinzelsignals

Die DXP-Analyse gestattet die getrennte Einstellung von Zeit- und Frequenzauflösung, vgl. folgende Abbildung desselben Signals:

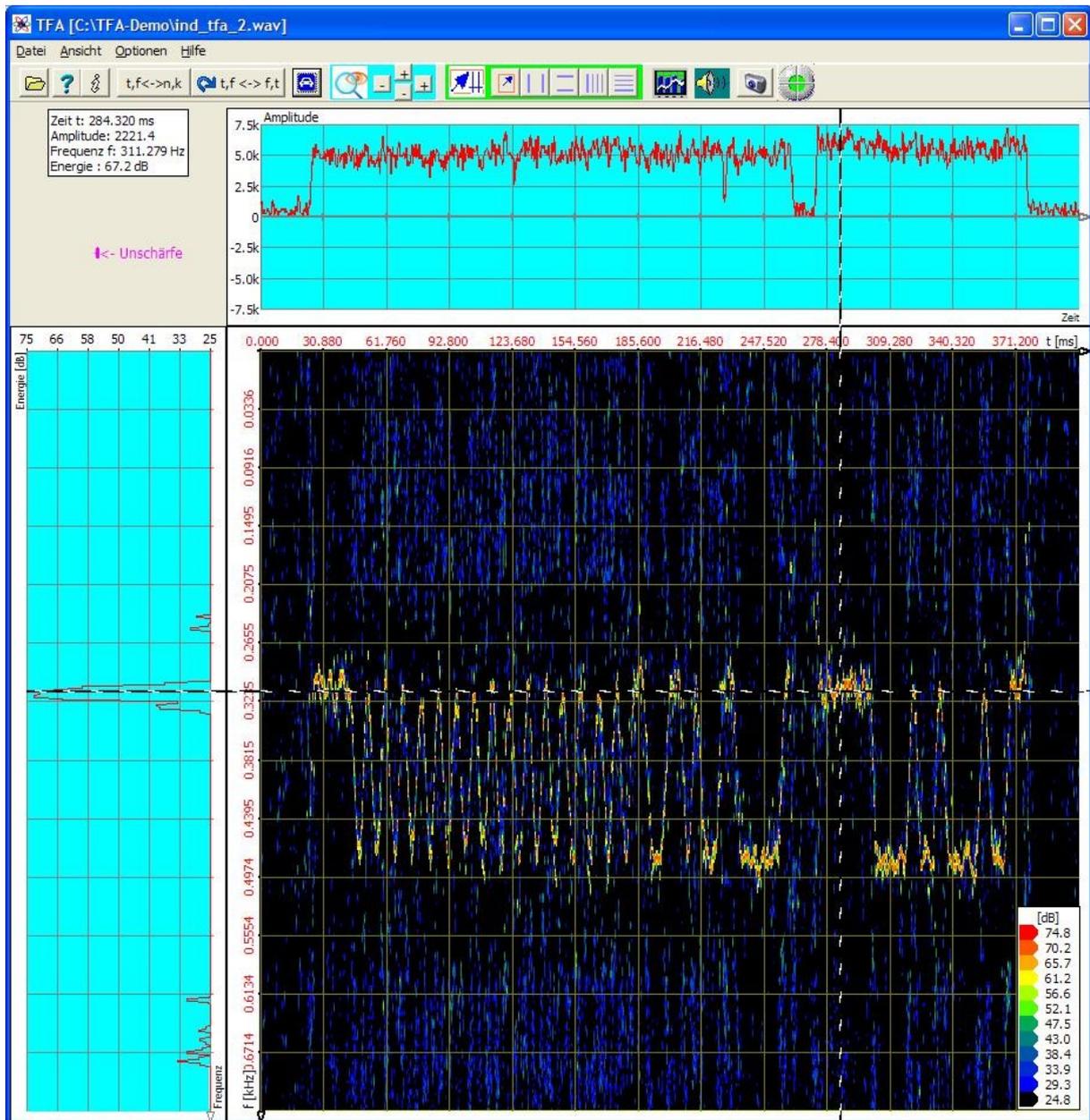
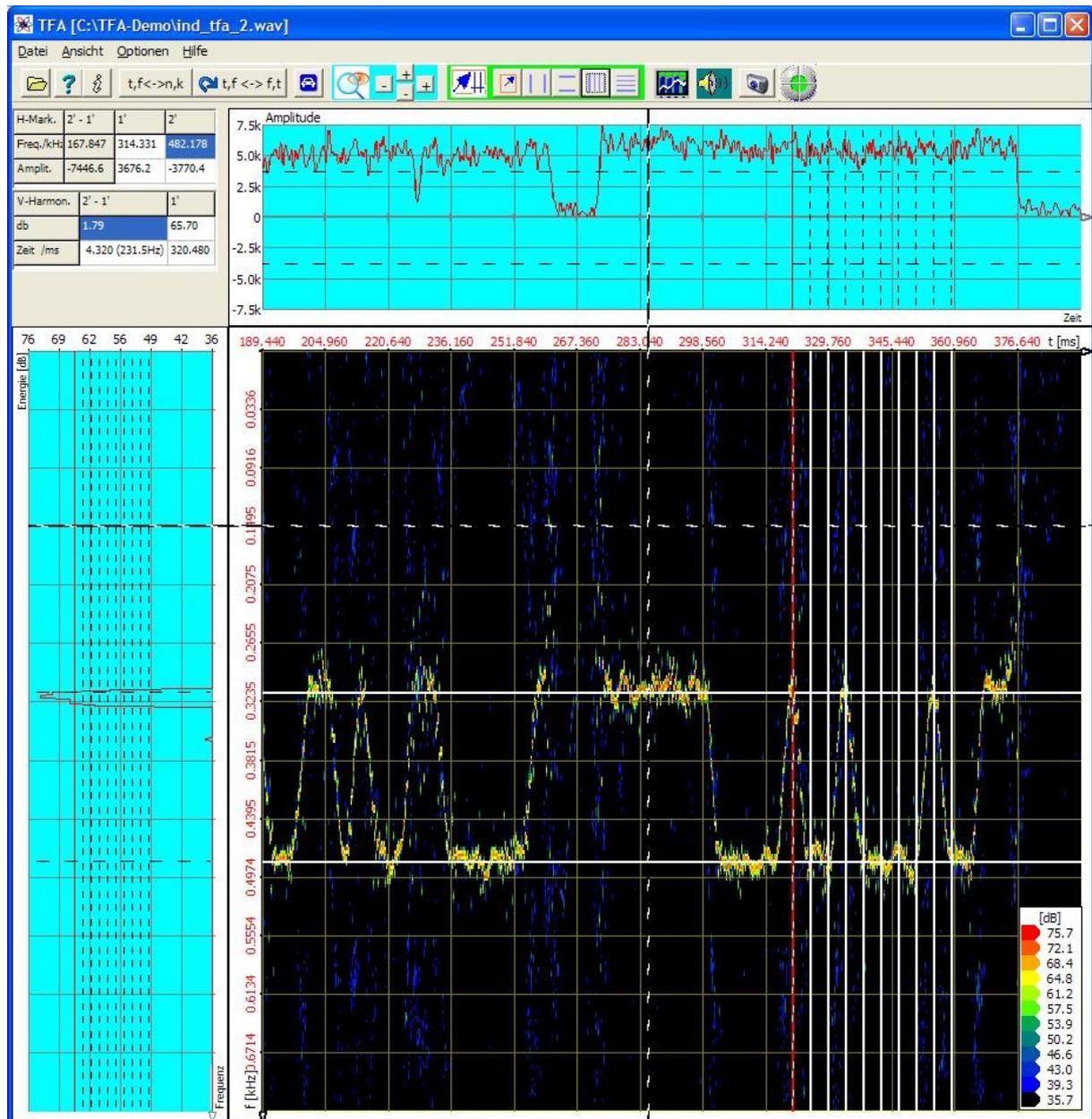


Abbildung 2-2: Funkeinzelsignal, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 32 Abtastwerte

Man erkennt das FSK-ARQ-Signal bereits recht deutlich, weil die Fläche der Unschärfe-Ellipse um den Faktor  $2048/32 = 64$  geringer ist.

Ein beliebiger Zoom in den rechten Spektrogrammbereich ergibt folgende Darstellung. Mit Hilfe der vertikalen und horizontalen Marker lässt sich das Signal auch gleich schnell vermessen:



**Abbildung 2-3: Funkeinzelsignal, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 32 Abtastwerte, Zoom, Vermessung mit Markern**

Sofort lassen sich in den Marker-Wertetabellen die wichtigen FSK-Merkmale, z.B. die Baudrate  $SG = 230$  Bd, ablesen.

Man beachte, wie gut das DXP-Spektrogramm auch die Signalpase zwischen den beiden Sendungen wiedergibt.

## 2.1.2 Breitbandiges HF-Funk-Szenario

Dieses Beispiel zeigt einen Einblick in ein relativ breites Frequenzband, in dem mehrere Funkteilnehmer kommunizieren.

### 2.1.2.1 Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse des HF-Szenarios

Die herkömmliche FFT-Spektrogrammanalyse ergibt folgende Abbildung:

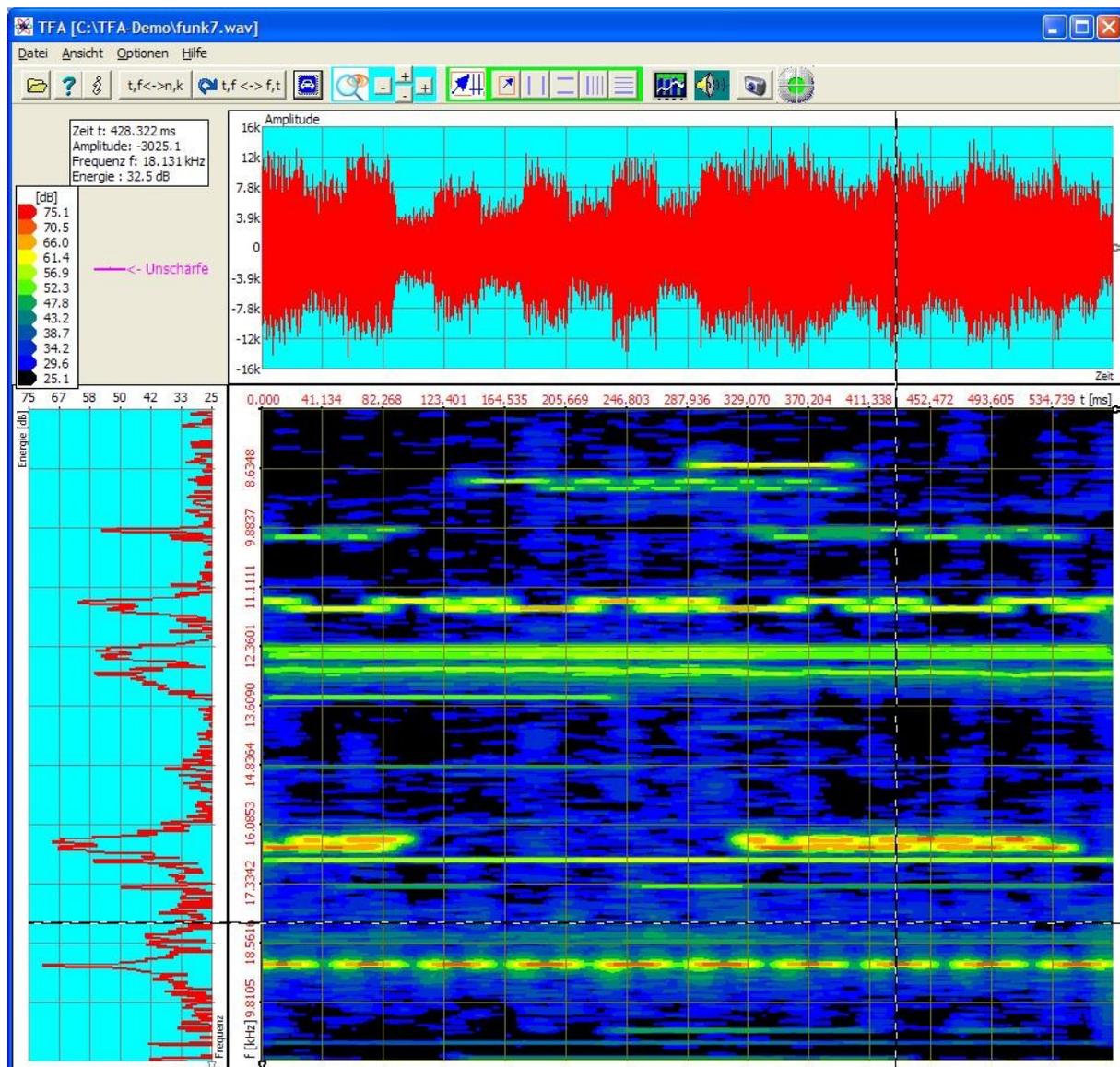


Abbildung 2-4: Funk-Szenario, herkömml. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 2048

Um die einzelnen Sender im Frequenzbereich trennen zu können, bedarf es einer höheren FFT-Länge von hier z.B. 2048. Die magenta-farbene Unschärfeanzeige oben-links zeigt daher eine in Bezug auf die vorliegenden Signale hohe

Zeitunschärfe von etwa 50 ms an. Dies verschmiert die Darstellung des Zeitverhaltens der unterschiedlichen Funkteilnehmer.

### 2.1.2.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse des HF-Szenarios

Die DXP-Analyse gestattet die getrennte Einstellung von Zeit- und Frequenzauflösung, vgl. folgende Abbildung desselben Signals:

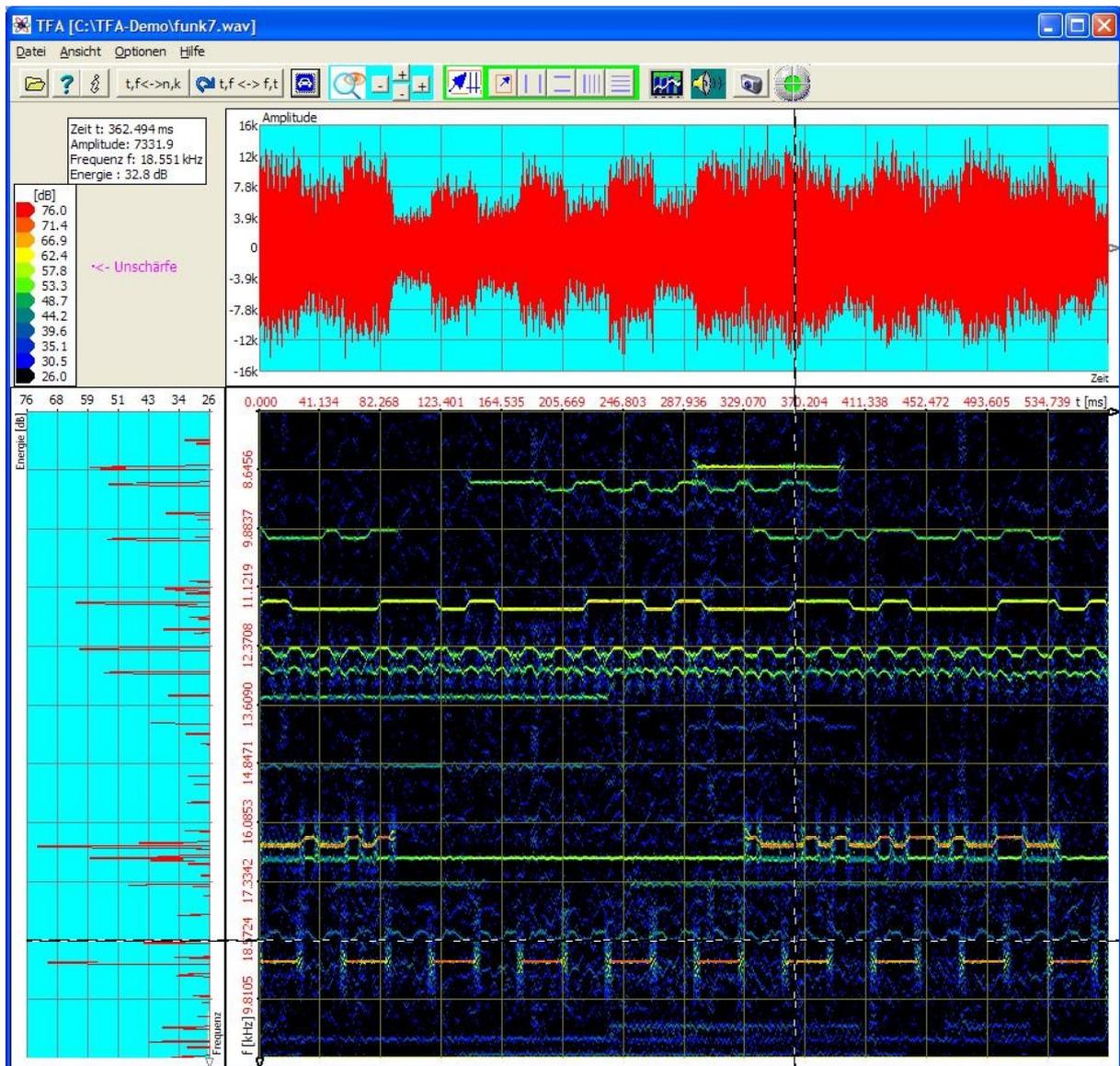


Abbildung 2-5 Funk-Szenario, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 256 Abtastwerte

Die einzelnen Kommunikationssignale sind nun wesentlich präziser zu sehen und natürlich auch zu vermessen, weil die Abbildungsschärfe um den Faktor  $4096/256 = 16$  höher ist.

## 2.2 Messungen im Audio-Bereich

Auch im Audio-Bereich ist eine möglichst präzise Zeit-Frequenzanalyse von nicht minderer Bedeutung. Qualität und Zuverlässigkeit z.B. von akustischen Materialprüfungen, Sprecheridentifikationssystemen oder Verfahren in der Medizintechnik stehen und fallen hiermit.

In diesem Abschnitt werden die Beispiele

- Analyse eines Modulationsspektrums
- Sprachverarbeitung

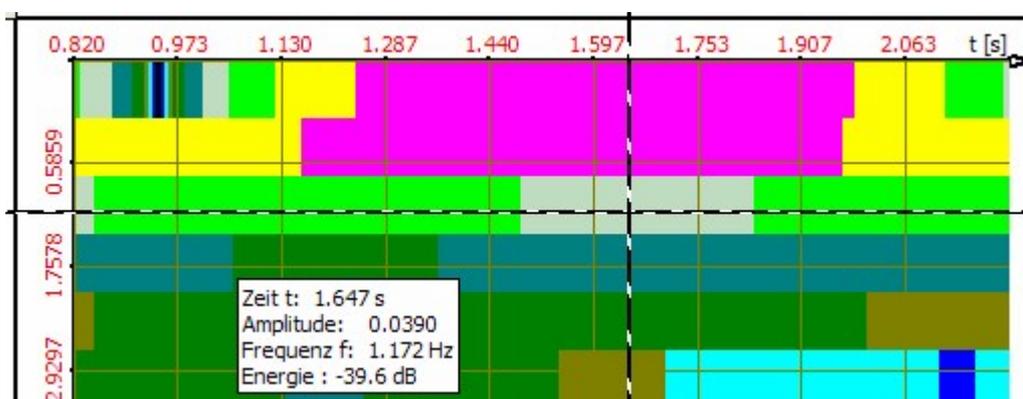
erläutert.

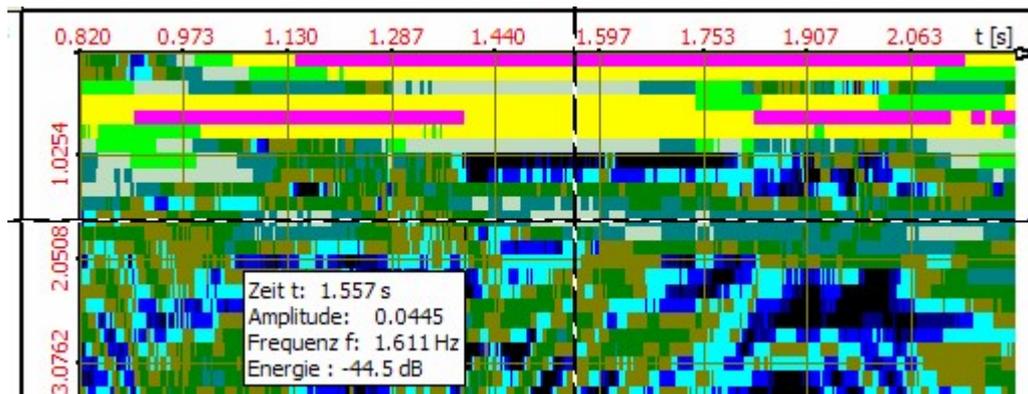
### 2.2.1 Modulationsspektrum-Analyse

Der charakteristische Klang von z.B. Musikinstrumenten oder menschlichen Stimmen rührt ua. von der Modulation enthaltener Frequenzkomponenten her. Diese sind verantwortlich für die Lebendigkeit des Klangs und erlauben uns, z.B. verschiedene Geigenfabrikate bzw. Sprecher unterscheiden zu können.

Der Übungsteil in Dokumentation TFA\_doku\_deutsch“ erläutert die Berechnung von Modulationsspektren und –spektrogrammen sowie eine Vorgehensweise zu deren weiteren spektralen Vermessung anhand der Signalprobe einer Geige. Dennoch ist es dort weniger das Ziel, die Charakteristika des Instruments herauszuarbeiten, als die Bedienelemente der Software zu beschreiben.

Dabei kommt auch wieder die Transformation DXP-1 zum Einsatz, die natürlich auch Modulationsspektren schärfer werden lässt (gezeigt: Schärfegewinn Faktor 4).





**Abbildung 2-6: Modulationsspektrogramm FFT vs. DFT**  
oben FFT mit 512 Linien, unten DXP-1 2048 Frequenzlinien aus 512 Samples

## 2.2.2 Sprachverarbeitung

Die elektronische Verarbeitung von gesprochener Sprache ist und wird noch auf lange Zeit ein viel beachtetes Forschungsgebiet bleiben. Zur Analyse von Sprachsignalen ist die Zeit-Frequenzdarstellung eines der Hauptwerkzeuge. Dieses Beispiel zeigt Spektrogramme eines beliebigen Sprachsignals im stimmhaften Frequenzbereich von 0...1.5 kHz. Dabei kommt wieder neben der herkömmlichen FFT die spezielle DXP-Berechnung zum Einsatz.

### 2.2.2.1 Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse des Sprachsignals

Die herkömmliche FFT-Spektrogrammanalyse ergibt folgende Abbildung:

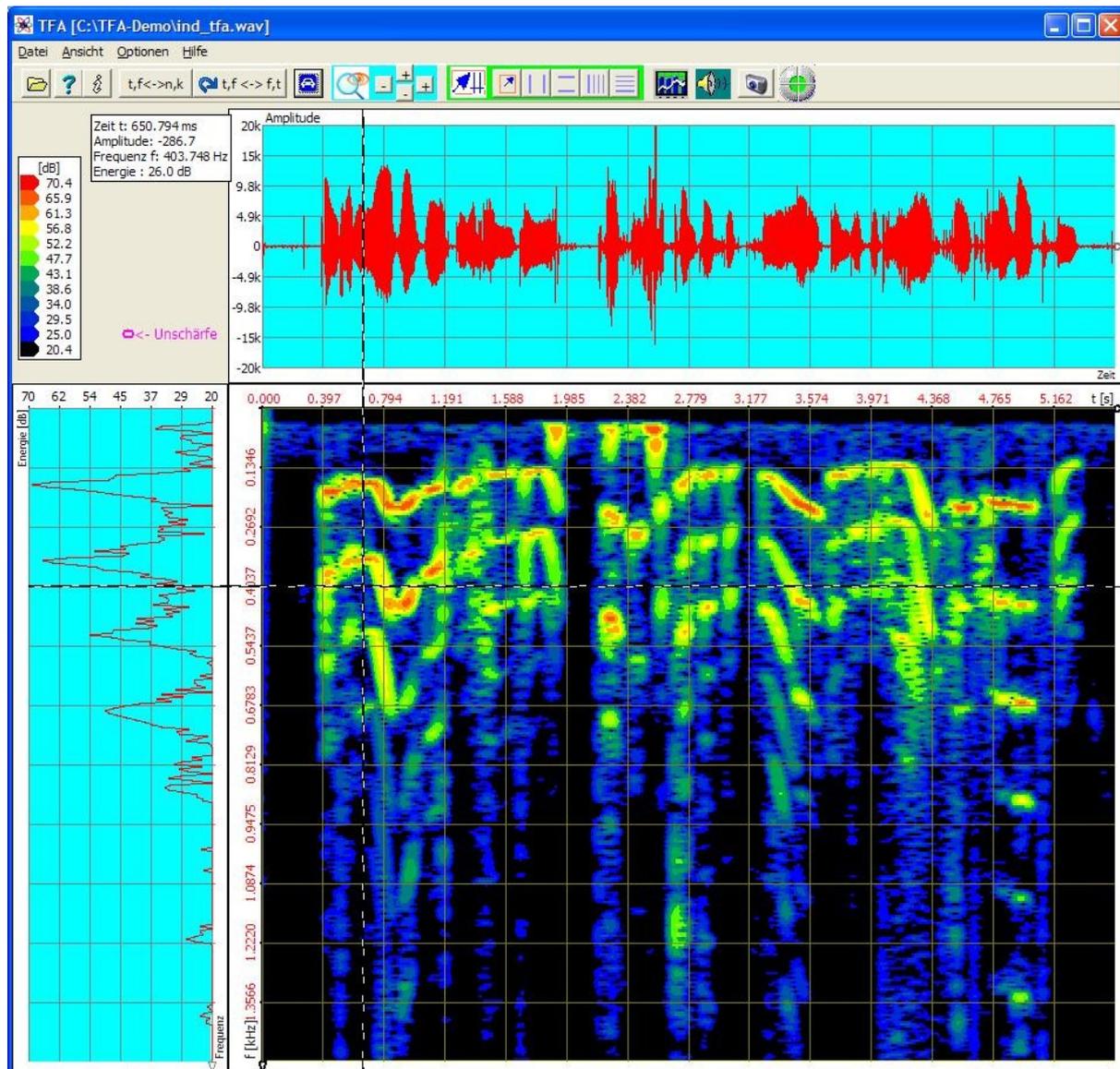


Abbildung 2-7: Sprachsignal, herkömml. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 2048

Die FFT-Länge von 2048 liefert einen guten Kompromiss zwischen Zeit- und Frequenzunschärfe, siehe Unschärfe-Ellipse links oben.

Theoretisch sollten aber nur diskrete Linien zu erkennen sein, denn der menschliche Stimmapparat generiert den stimmhaften Laut zeitvariant als konkreten Grundton mit zugehörigen Oberwellen.

Auch diese lässt sich mit **TFA** darstellen, siehe nächster Abschnitt.

### 2.2.2.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse des Sprachsignals

Die DXP-Analyse gestattet die getrennte Einstellung von Zeit- und Frequenzauflösung, vgl. folgende Abbildung desselben Signals:

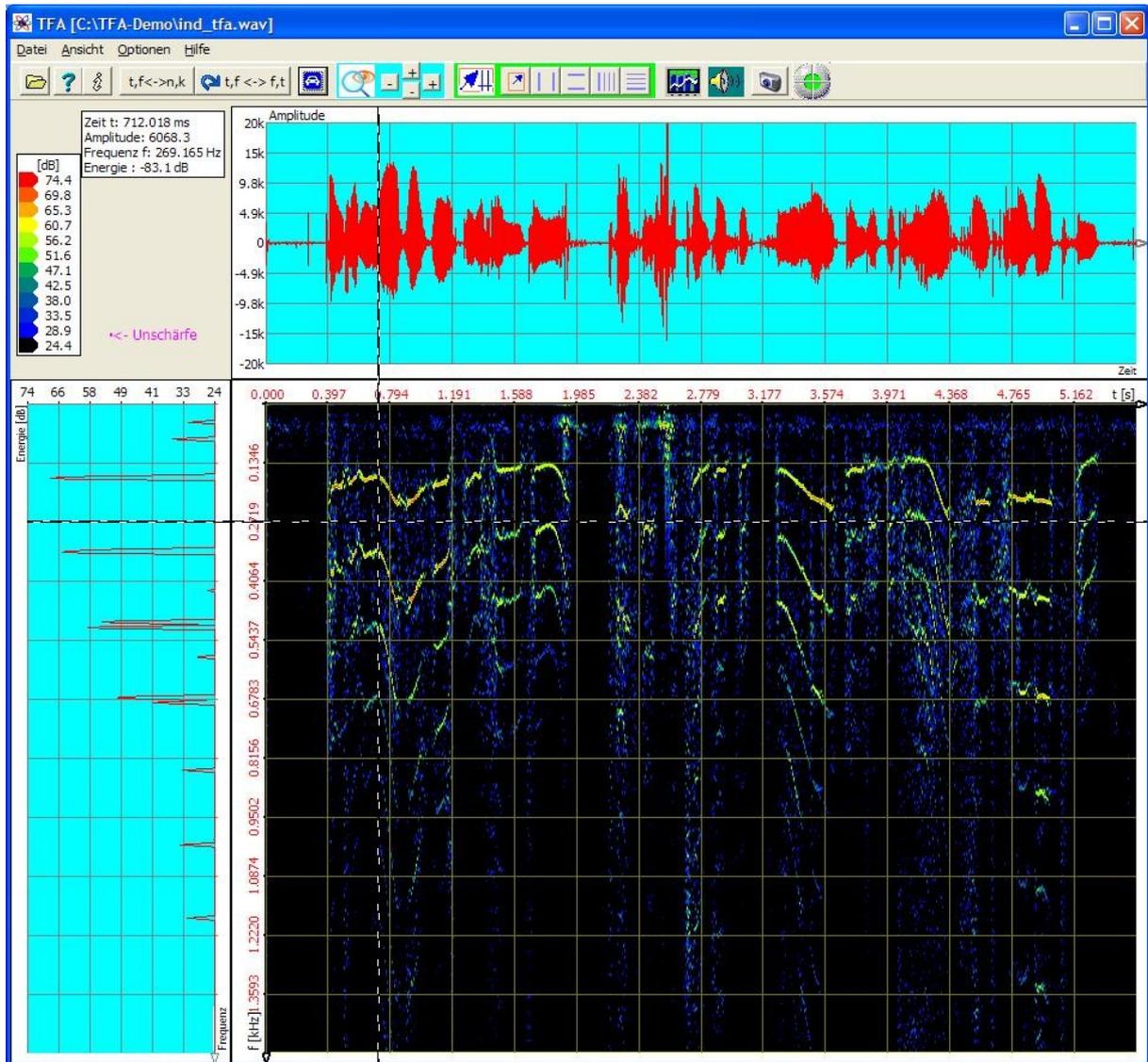


Abbildung 2-8 Sprachsignal, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 256 Abtastwerte

Die einzelnen Stimmkomponenten sind nun wesentlich präziser zu sehen und natürlich auch zu vermessen, weil die Abbildungsschärfe um den Faktor  $4096/256 = 16$  höher ist.

## 2.3 Geowissenschaften

Bei der Erforschung unseres Planeten und des Universums ist die Zeit-Frequenzanalyse ebenso ein unverzichtbares Werkzeug. Allerdings laufen viele zyklische Vorgänge sehr langsam und in Zeiträumen ab, deren Frequenz nicht mehr anschaulich in Hertz [Hz] angegeben werden kann. Viele natürliche Vorgänge haben darüber hinaus mit der Rotation der Erde um die Sonne zu tun, **weswegen an die Stelle der Frequenzangabe in [Hz] die Messung der Periodendauer in Jahren [yr], tausend Jahren [kyr] oder sogar Jahrmillionen [Myr] tritt.**

Beispiele solcher Forschung sind:

- **Insolationsforschung**, Sonnenbestrahlung der Erde zur Beurteilung der Erderwärmung.
- **El-Nino-Phänomen**, Auftreten von veränderten Strömungen im ozeanografisch-meterologischen System des Pazifiks, wodurch der Humboldtstrom vor der Küste Südamerikas abreißt.
- **CO<sub>2</sub>-Konzentration**, Untersuchung des Treibhauseffekts.
- **Sonnenfleckenzahl**, Untersuchung der Sonnenaktivität.

### 2.3.1 Insolationsforschung

Die Insolation bezeichnet die Sonnenbestrahlung der Erde in Watt pro Quadratmeter [ $W/m^2$ ]. Klimaforscher berechnen Zeitreihen der Insolation (Insolationskurve<sup>2</sup>) durch Entnahme und Analyse von Bohrkernen, welche im Eis der Arktis bei etwa 65 Grad nördlicher Breite gewonnen werden. Die Insolation ist zeitlich variant, weil sich die Erdumlaufbahn im Laufe der Jahrmillionen ändert. Drei Effekte<sup>3</sup>, die hier komprimiert wiedergegeben sind, fließen ein:

- **Die Exzentrizität:** Die Umlaufbahn der Erde um die Sonne weist eine wechselweise kreis- bzw. elliptische Form auf. Ein Zyklus dauert etwa 100.000 Jahre. Eine weitere Periodizität beträgt 413.000 Jahre. Die Exzentrizität bezeichnet das Verhältnis  $c/a$ , also das Verhältnis der Strecke zwischen dem Mittelpunkt der Umlaufbahn zum sonnennächsten Punkt und der Strecke zwischen dem Mittelpunkt zu einem der Brennpunkte der Umlaufbahn, siehe Abbildung 2-9. Der Effekt ist allerdings sehr schwach und sollte nicht sichtbar sein.
- **Die Erdachse** steht nicht senkrecht, sondern gegenüber der Umlaufbahn geneigt. Der Winkel  $\varepsilon$  verändert sich um einige Grad (ca. 21.39 ... 24.63 Grad

---

<sup>2</sup> Laskar, J., 1990. The chaotic motion of the solar system: a numerical estimation of the size of the chaotic zones. *Icarus* 88, 266-291.

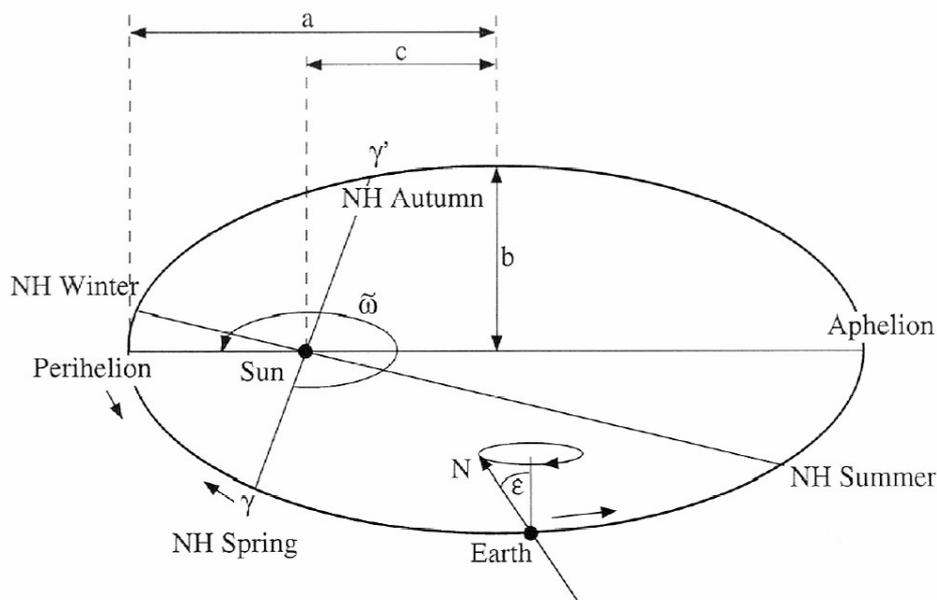
Laskar et al. 2004, A long term numerical solution for the insolation quantities of the Earth. *Astron. Astrophys.* 428, 261-285.

<sup>3</sup> Claußen, Martin: *Paläoklimatologie*, Kurs, Potsdam-Institut für Klimaforschung, 2004, Kapitel 2: *Das Klima des Pleistozäns*

innerhalb der letzten 2 Millionen Jahre) mit einer Periode von 41.000 Jahren. Dieser Effekt muss stark sichtbar sein.

- **Die Lage der Äquinoktien und Präzession des Erdkreises:** Ähnlich wie ein Kreisel beim Ablaufen ins Schwanken gerät, bewegt sich auch die Erdachse kreisförmig. Als Resultat zeigt sie manchmal gegen den Polarstern, dann wieder etwas daneben. Dies geschieht mit einer Doppelperiode von 23.000 und 19.000 Jahren.

Die Menge der Sonnenbestrahlung über lange Zeiträume hinweg kann das Klima beeinflussen.



**Abbildung 2-9: Die Einflüsse auf die Insolation der Erde**

(Grafik entnommen aus Claußen, Martin: *Paläoklimatologie*, Kurs, Potsdam-Institut für Klimaforschung, 2004, Kapitel 2: *Das Klima des Pleistozäns*)

Ein geeignetes Analyseverfahren sollte möglichst alle der oben genannten Periodizitäten nachweisen können, also Periodizitäten von etwa

- 413.000 Jahren
- 100.000 Jahren
- 41.000 Jahren
- 23.000 Jahren und
- 19.000 Jahren.

Darüber hinaus sollte eine eventuelle Variation der Periodizitäten nicht nur feststellbar, sondern auch genau messbar sein.

### 2.3.1.1 Gewöhnliche FFT-Spektrogrammanalyse der Insolation

Die herkömmliche FFT-Spektrogrammanalyse ergibt folgende Abbildung:

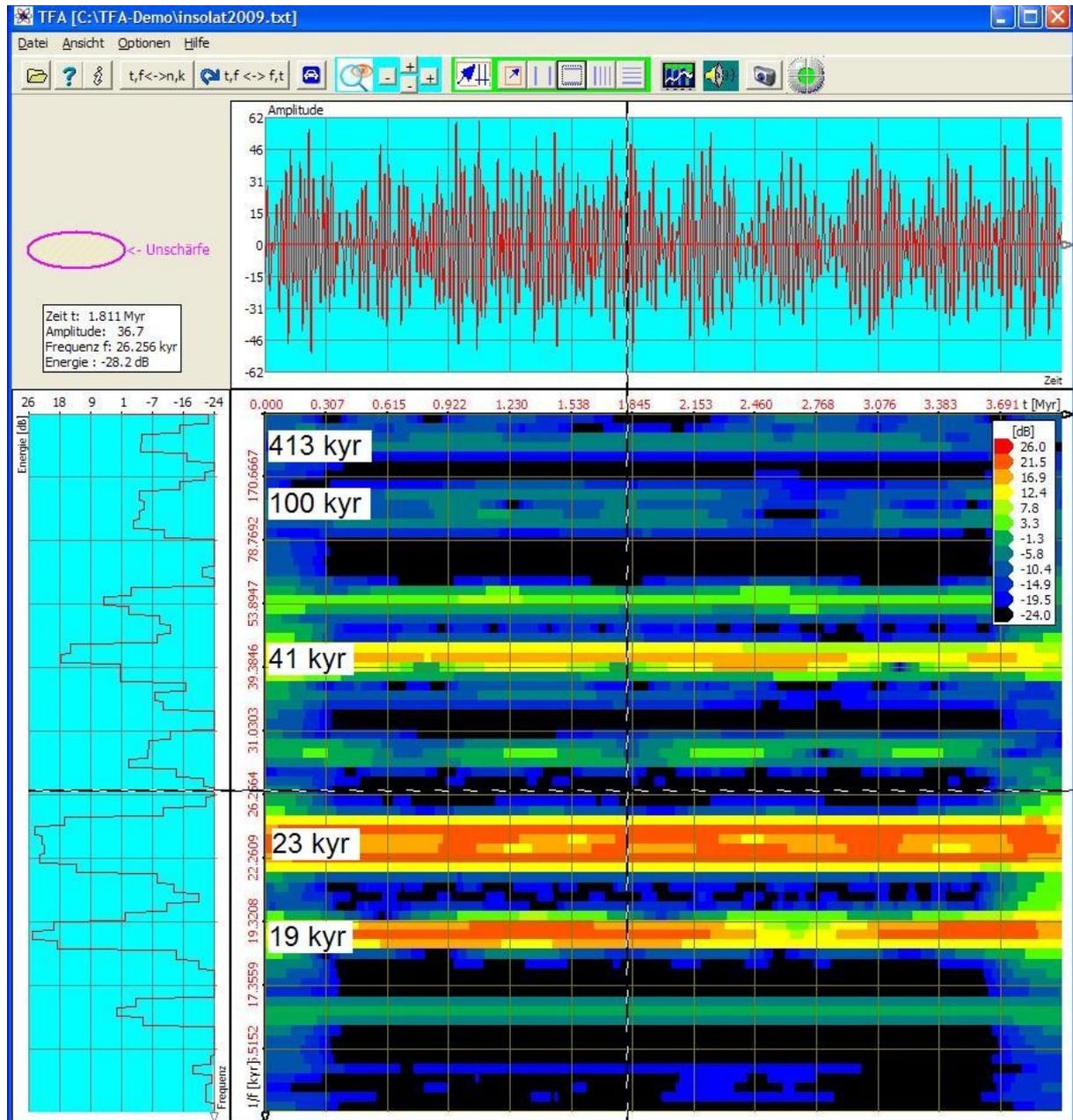


Abbildung 2-10: Insolation, herkömml. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 1024

Die FFT-Länge von 1024 liefert einen guten Kompromiss zwischen Zeit- und Frequenzunschärfe, siehe Unschärfe-Ellipse links oben.

Die erwarteten Periodizitäten sind durchaus deutlich zu sehen. **Man sieht aber auch, dass z.B. die Schwingung mit der Periode 23 kyr noch weitere Signaldetails enthalten muss. Diese lassen sich mit der FFT unabhängig von der gewählten Transformationslänge nicht erfassen.**

### 2.3.1.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse der Insolation

Die DXP-Analyse gestattet die getrennte Einstellung von Zeit- und Frequenzauflösung, vgl. folgende Abbildung desselben Signals bei zusätzlicher Vergrößerung des TFA-Fensters, um mehr Grafikpixel zu belegen:

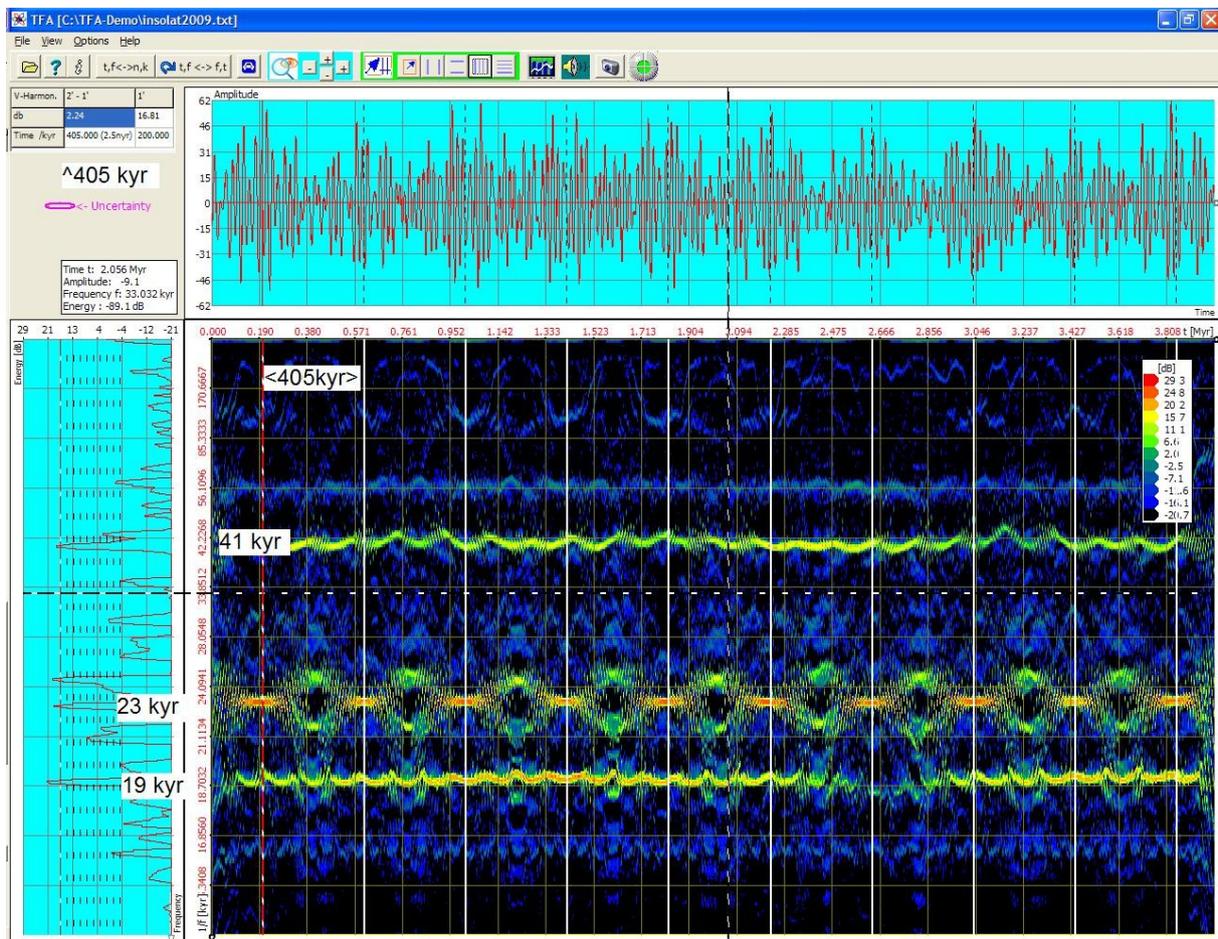


Abbildung 2-11 Insolation, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 256 Abtastwerte

Das DXP-Spektrogramm gestattet einen Einblick z.B. in die Beschaffenheit der 23-kyr-Komponente. Man erkennt, dass

- die angenommene niederfrequente 413-yr-Komponente mit dem Harmonic-Marker **tatsächlich genauer zu 405 kyr** bestimmt werden kann und
- **diese 405-kyr-Komponente in Wirklichkeit eine Modulation der 23-kyr-Komponente ist, und nicht eigenständig.** Deswegen erscheint die 413-kyr-Komponente weniger ausgeprägt an der entsprechenden Position der Frequenzachse, sondern als Modulation der 23-kyr-Komponente.

Den Aspekt der Modulation findet man auch in der Zeitdarstellung oberhalb des Spektrogramms bestätigt. Allerdings ist dort natürlich nicht zu sehen, dass die 23-kyr-Komponenten die modulierte ist.

### 2.3.2 El-Nino-Phänomen

Das El-Nino-Phänomen bezeichnet das Auftreten von veränderten Strömungen im ozeanografisch-meterologischen System des Pazifiks, wodurch der Humboldtstrom vor der Küste Südamerikas abreißt. Es ist bis heute noch nicht vollständig erforscht. Alle 3-8 Jahre kommt es zu einer starken Erwärmung des Meerwassers. Auch bei der Analyse dieser Temperaturdaten handelt es sich um eine Zeit-Frequenzanalyse-Aufgabe.

Häufig wird die sog. WAVELET-Transformation verwendet, weil sie eine frequenzabhängige Unschärfeverteilung in der Zeit-Frequenzebene aufweist:

- Tiefe Frequenzkomponenten lassen sich in ihrer Frequenz genau messen, aber sie sind zeitlich schlecht lokalisiert, was unterstellt, dass die tiefe Frequenzkomponente für einen relativ langen Zeitraum existiert.
- Hohe Frequenzkomponenten sind zeitlich mit wachsender Frequenz genauer zu lokalisieren, dafür nimmt die Präzision der Frequenzmessung ab, meist in Schritten von Zweierpotenzen.

**Obwohl jeweils beide Punkte für allgemeine Analyseaufgaben eigentlich ein Ausschlusskriterium sein müssten, erfreut sich die WAVELET-Transformation einer großen Beliebtheit.** Aus diesem Grund sollen die Analysen des El-Nino-Phänomens mit der WAVELET-Transformation und TFA-DXP einander gegenüber gestellt werden.

### 2.3.2.1 Gewöhnliche Wavelet-Analyse des El-Nino-Phänomens

Folgende Abbildung zeigt das Ergebnis einer Wavelet-Analyse des El-Nino-Phänomens:

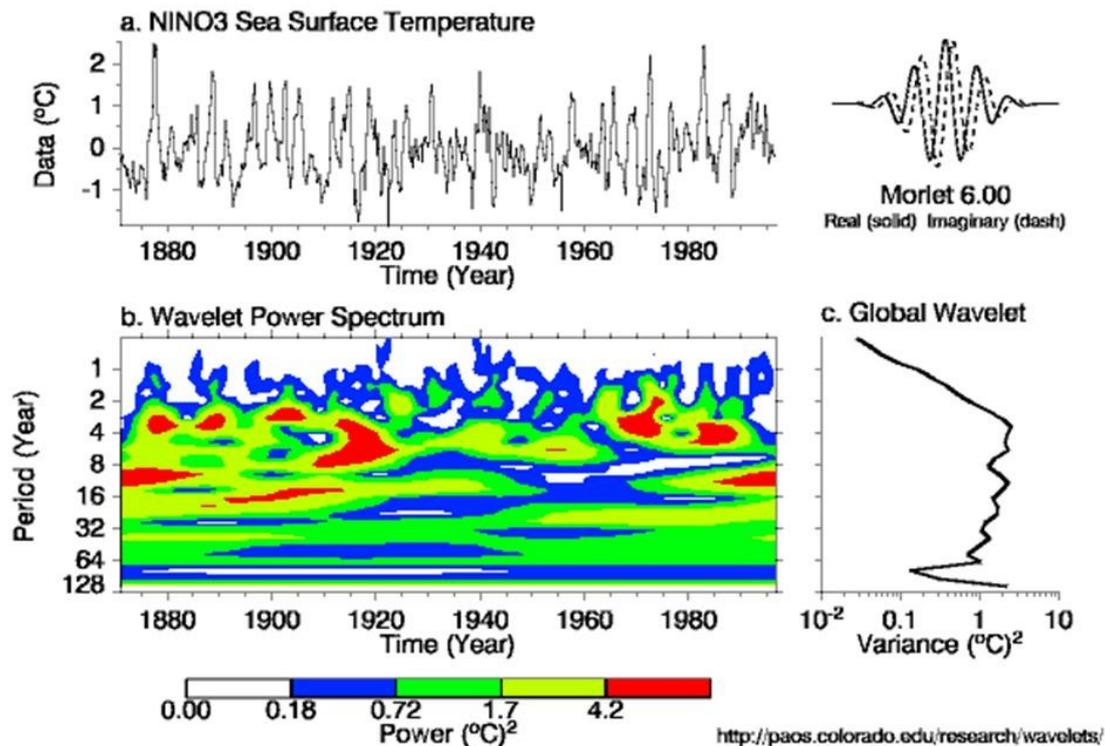


Fig. 1: (a) Data. (b) The wavelet power spectrum. The contour levels are chosen so that 75%, 50%, 25%, and 5% of the wavelet power is above each level, respectively. (c) The global wavelet power spectrum. Reference: Torrence, C. and G. P. Compo, 1998: [A Practical Guide to Wavelet Analysis](#). *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 61-78.

#### Abbildung 2-12: El-Nino-Phänomen, Wavelet-Analyse

Der Grafik lässt sich entnehmen, dass sehr hohe Temperaturen mit überlagerten Perioden von ca. 3-20 Jahren auftreten. Leider sind rechts und links ebenfalls rote Bereiche zu sehen, obwohl die Temperaturmessung gerade hier relativ niedrige Werte aufweist.

### 2.3.2.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse des El-Nino-Phänomens

Das DXP-Spektrogramm mit einem Zeitfenster von ca. 3.5 Jahren (14 Messwerte) zeigt die nächste Abbildung.

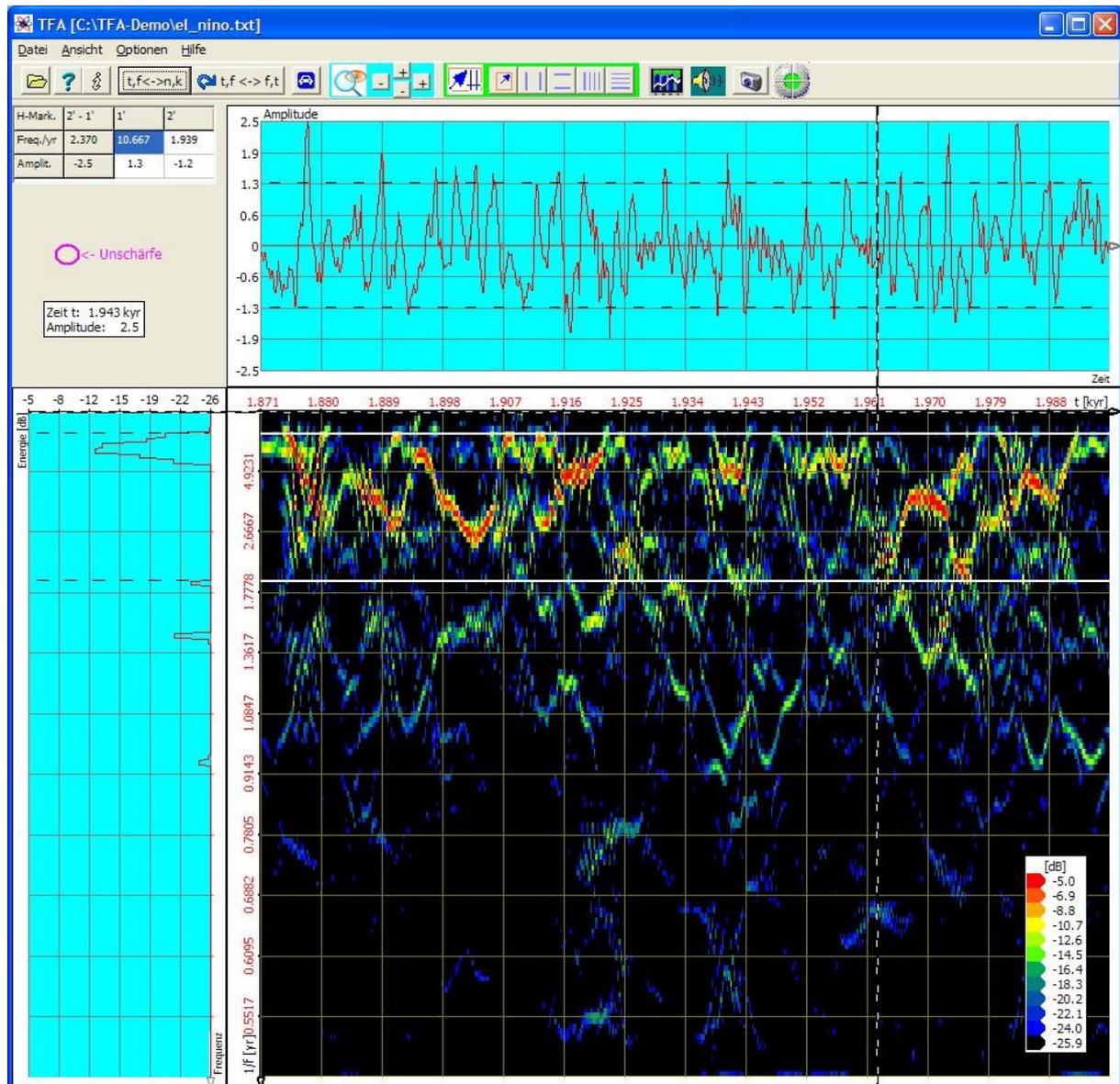


Abbildung 2-13: El-Nino-Phänomen, Transformation DXP-I

Man sieht in guter Übereinstimmung mit der Theorie, dass

- die Periode des El-Nino-Phänomens tatsächlich im Bereich von 3-8 Jahren liegt. Mit den horizontalen Markern findet man, dass sie vereinzelt auch mal 1,939 – 10,667 Jahre sein kann.
- Im Wesentlichen hat man es aber mit nur einer einzigen variierenden Komponente zu tun.
- Das Spektrogramm korrespondiert auch an den Rändern mit der Temperaturmessreihe.

### 2.3.4 CO<sub>2</sub>-Konzentration

Die Bedeutung der Konzentration des Treibhausgases CO<sub>2</sub> in der Erdatmosphäre muss heute nicht mehr erläutert werden. Auch für diese Analyse wird gerne die Wavelet-Transformation verwendet, obwohl sie den Sachverhalt nur teilweise wiedergeben kann.

Eine CO<sub>2</sub>-Analyse sollte folgendes zeigen können:

- Es ist allgemein bekannt, dass die mittlere CO<sub>2</sub>-Konzentration in den letzten Jahrzehnten zugenommen hat und weiter ansteigt. Es gibt also einen Trend.
- Die CO<sub>2</sub>-Konzentration schwankt im Laufe des Jahres um diesen Trend.
- Der Jahreszyklus ist nicht sinusförmig.

Im Folgenden ist die Wavelet-Analyse der TFA-DXP-Analyse gegenübergestellt.

#### 2.3.4.1 Gewöhnliche Wavelet-Analyse der CO<sub>2</sub>-Konzentration

Folgende Abbildung zeigt das Ergebnis einer Wavelet-Analyse der CO<sub>2</sub>-Analyse:

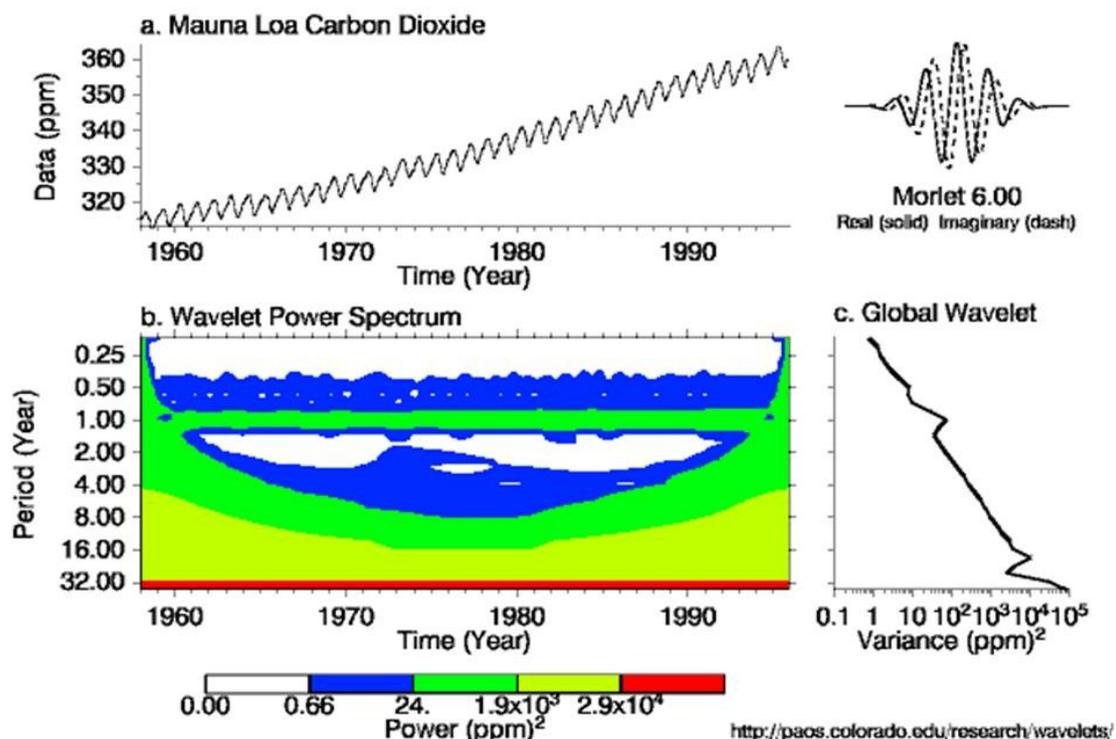


Fig. 1: (a) Data. (b) The wavelet power spectrum. The contour levels are chosen so that 75%, 50%, 25%, and 5% of the wavelet power is above each level, respectively. (c) The global wavelet power spectrum. Reference: Torrence, C. and G. P. Compo, 1998: [A Practical Guide to Wavelet Analysis](#). *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 61-78.

Abbildung 2-16: CO<sub>2</sub>-Konzentration, Wavelet-Analyse

Deutlich ist die Schwankung der CO<sub>2</sub>-Konzentration mit der Jahresperiode zu sehen.

**Aber:**

- Da die Schwankung nicht sinusförmig ist, sollte außerdem mindestens eine Oberwelle mit Bruchteilen der Jahresperiode angezeigt werden. Eine Oberwelle ist nicht zu erkennen.
- Der ansteigende Trend des Kurvenverlaufs ist ein sehr niederfrequentes Kurvendetail. Die Wavelet-Transformation besitzt im niederfrequenten Bereich eine sehr schlechte zeitliche Lokalisierung und kann die Zeitabhängigkeit der mittleren Konzentration nicht wiedergeben.
- Die U-förmige Energieverteilung entspricht natürlich nicht der Realität und zeigt lediglich die frequenzabhängige Unschärfe der Wavelet-Transformation.

⇒ Die Wavelet-Transformation kann zur Analyse der CO<sub>2</sub>-Konzentration nur bedingt eingesetzt werden.

### 2.3.4.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse der CO<sub>2</sub>-Konzentration

**TFA** besitzt eine Option „DC-Offset-Korrektur“ zur Beseitigung der Grundkonzentration, also des Kurvensockels. In der Praxis ist man natürlich ebenso an dieser DC-Komponente interessiert, doch im Hinblick auf die Analyse handelt es sich um eine triviale Größe. Durch die Subtraktion der Grundkonzentration tritt der Trend deutlicher hervor.

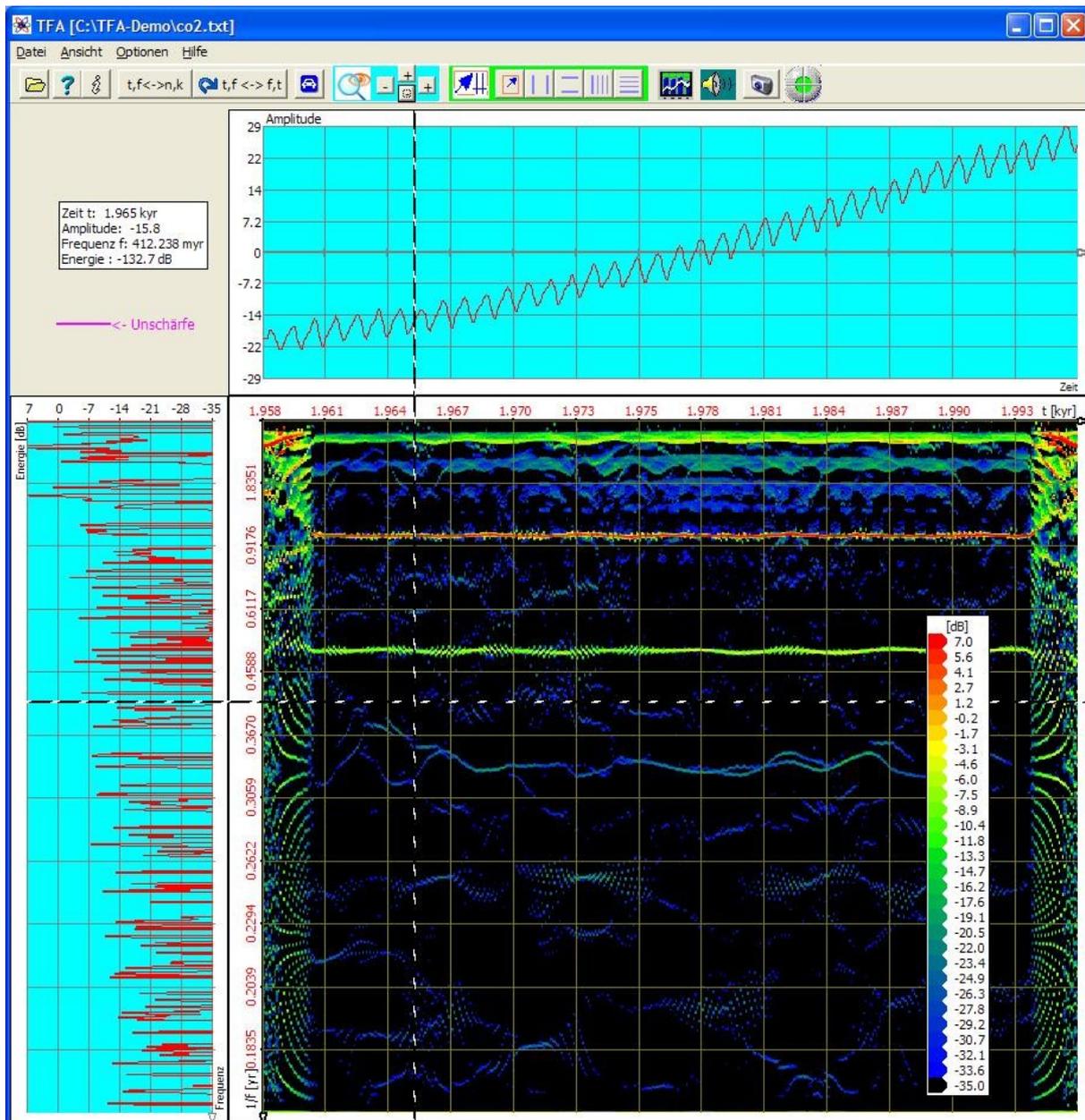


Abbildung 2-17: CO<sub>2</sub>-Konzentration, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 64 Abtastwerte

Man sieht sehr schön

- die Jahresschwankung mit der Periode 1 Jahr, die wegen der hohen Frequenzauflösung von 2048 Linien sehr genau messbar ist,
- eine Oberwellenschwingungskomponente der Periode 0.5 Jahre,
- den Trend nach einem Zoom in den niederen Frequenzbereich, vgl. nächste Abbildung.

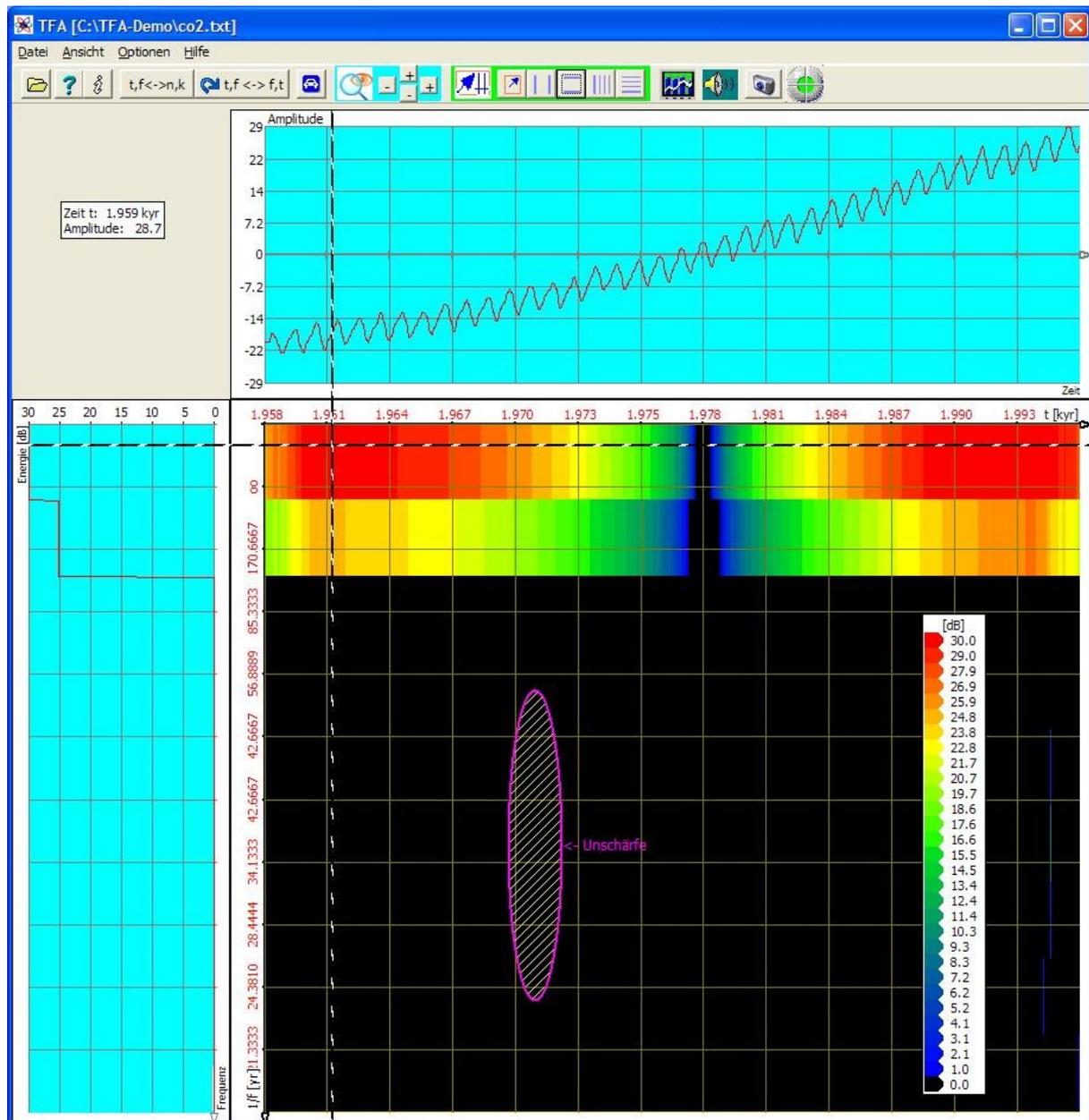


Abbildung 2-18: CO<sub>2</sub>-Konzentration, Trendanalyse

Durch die DC-Offsetkorrektur verläuft die Kurve durch die Zeitachse. An dieser Stelle ist die Trendenergie Null, was auch das Spektrogramm zeigt. Jenseits des Nulldurchgangs nimmt die Trendenergie zu. Die präzise Trendanalyse ist möglich, weil die Zeit-Frequenzunschärfe **im Gegensatz zur Wavelet-Transformation** auch im Niederfrequenzbereich gering ist, vgl. Unschärfeellipse.

## 2.3.5 Sonnenflecken

Sonnenflecken sind dunkle Punkte auf der Sonnenoberfläche, die eine dort geringere Temperatur anzeigen. Die Sonnenfleckenanzahl hängt mit der Sonnenaktivität zusammen und variiert mit einer schwankenden Periode von etwa 11 Jahren (Sonnenfleckenzyklus). Die Periodenschwankungen lassen sich mit Hilfe der Zeit-Frequenzanalyse feststellen.

Im Folgenden ist wieder die Wavelet-Analyse der TFA-DXP-Analyse gegenübergestellt.

### 2.3.5.1 Gewöhnliche Wavelet-Analyse der Sonnenfleckenanzahl

Folgende Abbildung zeigt das Ergebnis einer Wavelet-Analyse der Sonnenfleckenanzahl:

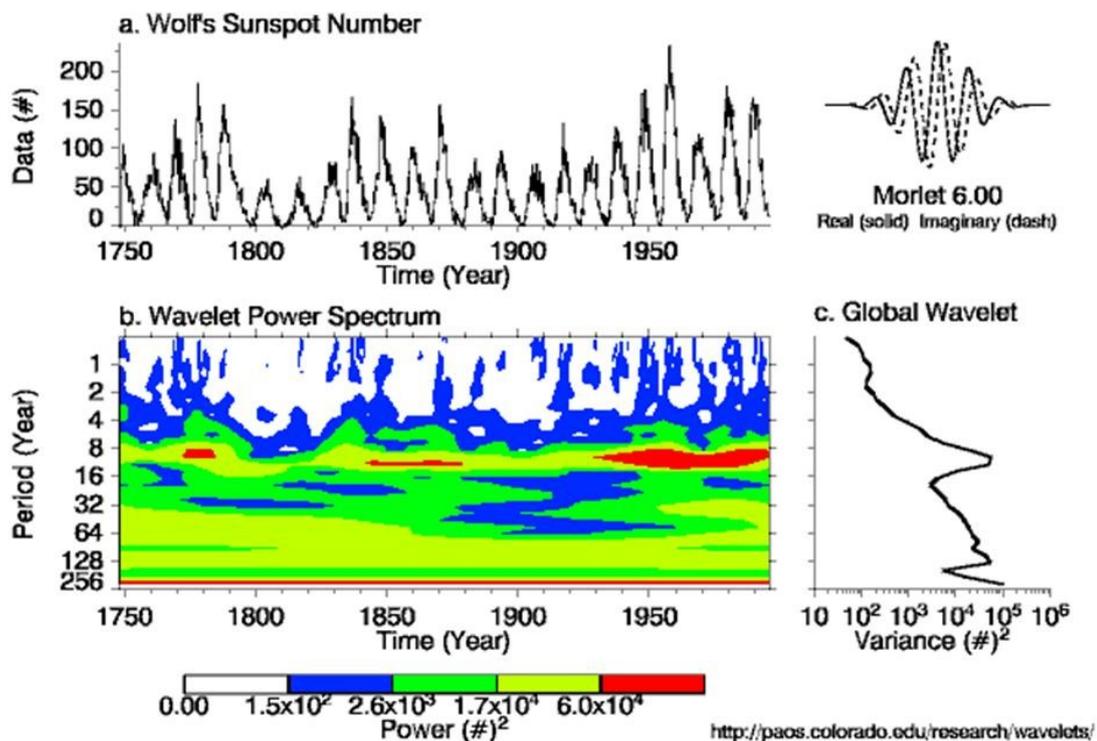


Fig. 1: (a) Data. (b) The wavelet power spectrum. The contour levels are chosen so that 75%, 50%, 25%, and 5% of the wavelet power is above each level, respectively. (c) The global wavelet power spectrum. Reference: Torrence, C. and G. P. Compo, 1998: [A Practical Guide to Wavelet Analysis](#). *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 61-78.

Abbildung 2-19: Sonnenfleckenanzahl, Wavelet-Analyse

Erwartungsgemäß ist eine charakteristische Ausprägung im Periodenintervall 8-16 Jahre zu erkennen. Obwohl das Zeitsignal teilweise eine gut ausgeprägte Periodizität aufweist, ist die Wavelet-Verteilung meist relativ unscharf.

### 2.3.5.2 Genaue DXP-Spektrogrammanalyse der Sonnenfleckenanzahl

Mit **TFA** lässt sich die Periode des Sonnenfleckenzyklus zumindest zu den Zeitpunkten deutlicher Periodizität mit der Genauigkeit von etwa 0.1 Jahr genau messen. Mit dem Mauszeiger ist hierzu einfach jeder gewünschte Punkt in den Grafiken anzufahren.

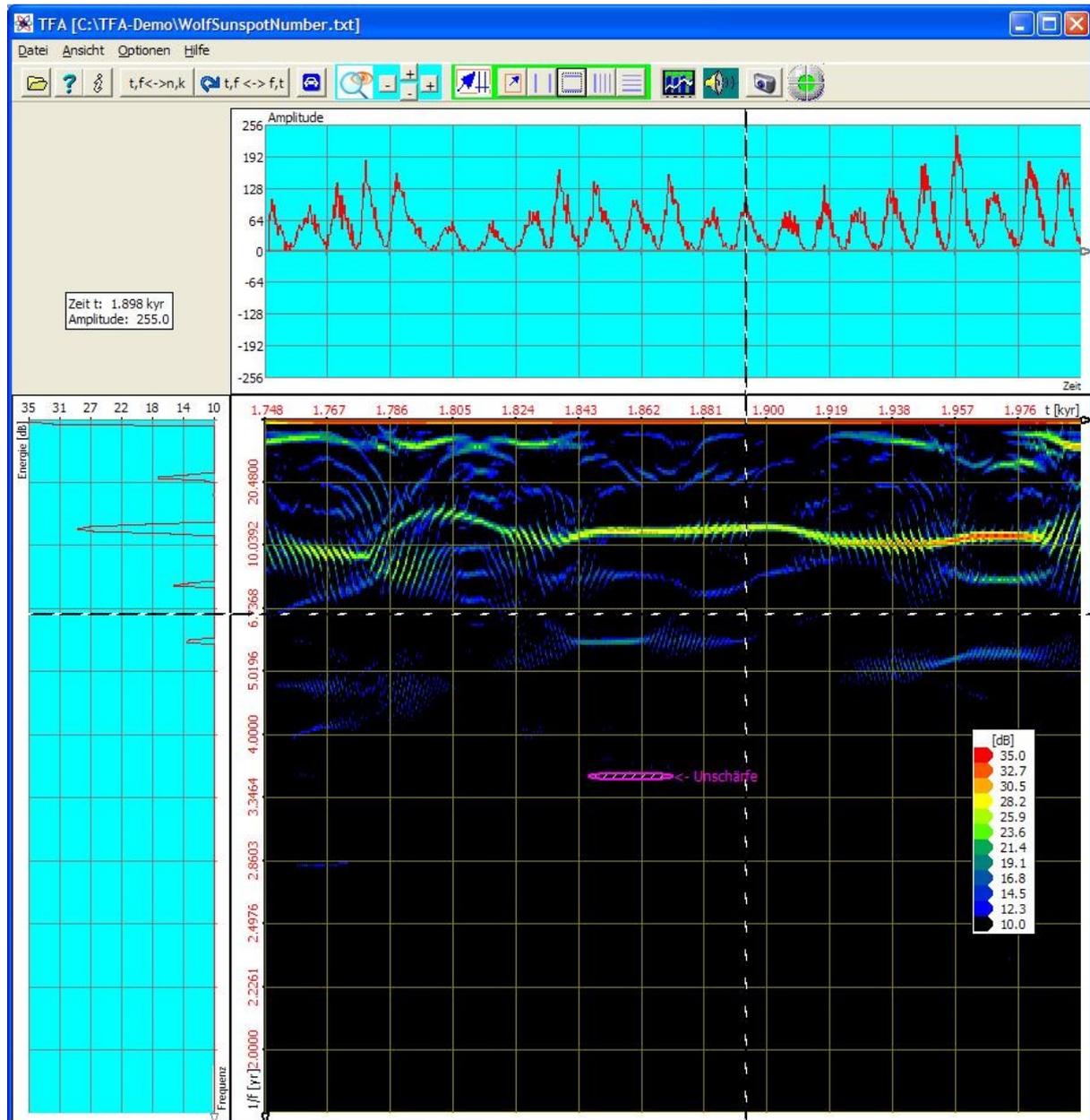


Abbildung 2-20: Sonnenfleckenanzahl, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 256 Abtastwerte

Bei einer Erhöhung der FFT-Länge auf 4096 verringert sich die Unschärfe fläche in vertikaler Richtung, während sich die zeitliche Unschärfe nicht ändert.

### 3 Abkürzungen

ARQ	Nachrichtentechnisches Blockübertragungsverfahren
ASK	Funkübertragungsverfahren Amplitude-Shift-Keying
DDC	Digital-Down-Converter
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
FFT	Fast-Fourier-Transformation
FSK	Funkübertragungsverfahren Frequency-Shift-Keying
HF	Hochfrequenz
JTFA	Joint-Time-Frequency Analysis
LPC	Linear Predictive Coding,
NF	Niederfrequenz
PSK	Funkübertragungsverfahren Phase-Shift-Keying
REVs-Folge	Reversal-Folge, eine 0101...-Bitfolge
TFA	Time-Frequency Analysis
USB	Universal Serial Bus
ZF	Zwischenfrequenz: In der Zwischenfrequenzlage befindet sich ein Frequenzband, wenn es aus seiner nativen, z.B. HF- Lage herab gemischt wurde.

## 4 Abbildungsverzeichnis

<b>Abbildung 1-1: Sprachprobe, Transformation FFT, FFT-Länge 4096</b> .....	6
<b>Abbildung 1-2: Sprachprobe, Transformation FFT, FFT-Länge 512</b> .....	6
<b>Abbildung 1-3: Sprachprobe, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 512</b> <b>Abtastwerte</b> .....	7
<b>Abbildung 2-1: Funkeinzelsignal, gewöhnl. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 256</b> .....	9
<b>Abbildung 2-2: Funkeinzelsignal, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 32</b> <b>Abtastwerte</b> .....	10
<b>Abbildung 2-3: Funkeinzelsignal, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 32</b> <b>Abtastwerte, Zoom, Vermessung mit Markern</b> .....	11
<b>Abbildung 2-4: Funk-Szenario, herkömml. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 2048</b> .....	12
<b>Abbildung 2-5 Funk-Szenario, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 256</b> <b>Abtastwerte</b> .....	13
<b>Abbildung 5-6: Modulationsspektrogramm FFT vs. DFT</b> .....	15
<b>Abbildung 2-7: Sprachsignal, herkömml. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 2048</b> .....	16
<b>Abbildung 2-8 Sprachsignal, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 256</b> <b>Abtastwerte</b> .....	17
<b>Abbildung 2-9: Die Einflüsse auf die Insolation der Erde</b> .....	19
<b>Abbildung 2-10: Insolation, herkömml. FFT-Spektrogramm, FFT-Länge 1024</b> ...20	
<b>Abbildung 2-11 Insolation, Transformation DXP-I, FFT-Länge 4096, 256</b> <b>Abtastwerte</b> .....	21
<b>Abbildung 2-12: El-Nino-Phänomen, Wavelet-Analyse</b> .....	23
<b>Abbildung 2-13: El-Nino-Phänomen, Transformation DXP-I</b> .....	24
<b>Abbildung 2-16: CO<sub>2</sub>-Konzentration, Wavelet-Analyse</b> .....	25
<b>Abbildung 2-17: CO<sub>2</sub>-Konzentration, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048, 64</b> <b>Abtastwerte</b> .....	27
<b>Abbildung 2-18: CO<sub>2</sub>-Konzentration, Trendanalyse</b> .....	28
<b>Abbildung 2-19: Sonnenfleckenzahl, Wavelet-Analyse</b> .....	29
<b>Abbildung 2-20: Sonnenfleckenzahl, Transformation DXP-I, FFT-Länge 2048,</b> <b>256 Abtastwerte</b> .....	30

*- Diese Seite bleibt für Notizen frei -*